

Элементы теории графов

Степень (валентность) вершины.

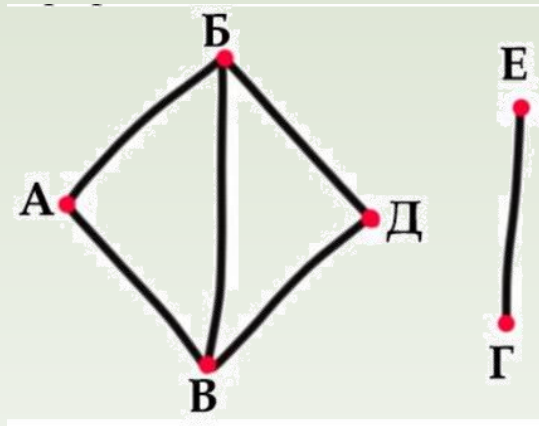
**Граф – это совокупность
объектов со связями между ними**

Точки – вершины
Линии – рёбра

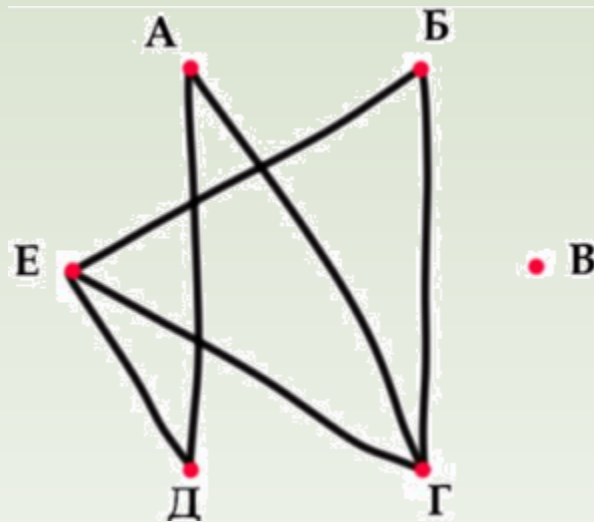


Проверка домашнего задания

Задача 1. В архипелаге из 6 островов некоторые соединены мостами: Адуак с Бани и Видо, Бани с Адуаком, Видо и Джеми, Видо с Адуаком, Бани и Джеми, Гауту с Екити, Джеми с Бани и Видо, Екити с Гауту. Можно ли перебраться с Адуака на Гауту, перейдя, возможно, по нескольким мостам?

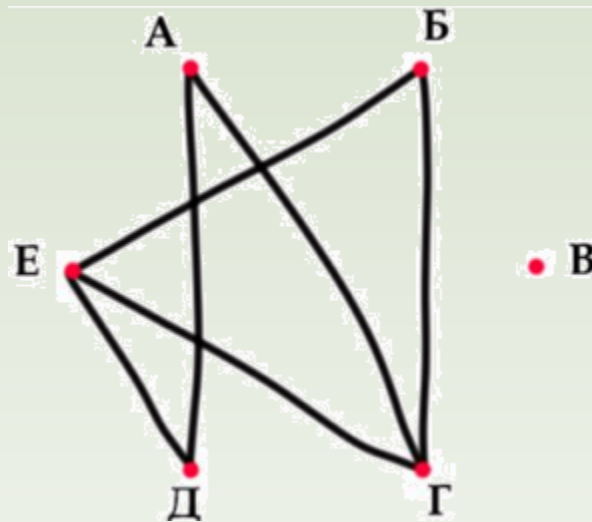


Задача 1. Одноклассники Авдеев, Борисов, Варахтин, Гринько, Данилевский и Еремин устроили турнир по настольному теннису и решили играть каждый с каждым. Турнир ещё не закончен; на графе отмечено, кто с кем сыграл. Кто из участников сыграл больше всех партий? Кто меньше всех?



Степень (валентность) вершины в графе
– это количество исходящих из неё рёбер

Каковы степени вершин в графе?



На рисунках одинаковые графы или разные?

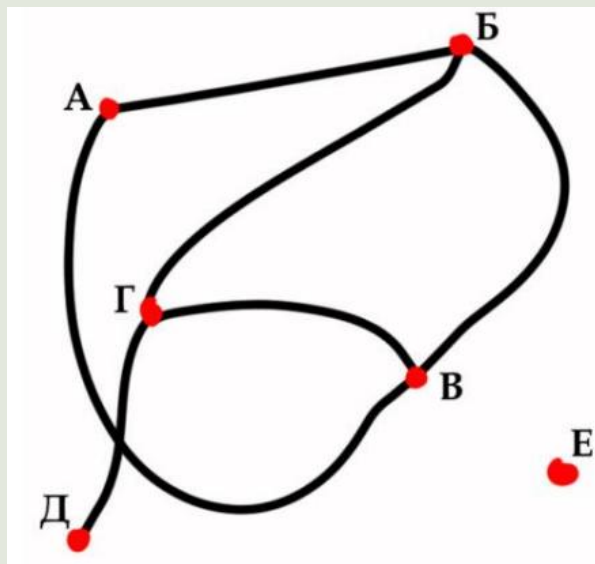


Рис. 1

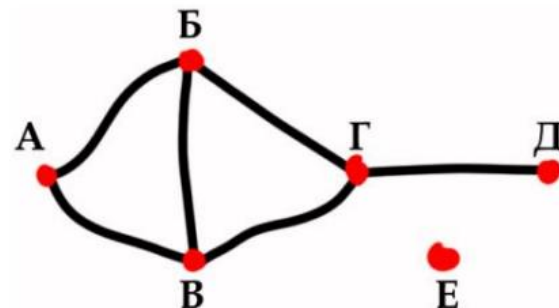


Рис. 2

На рисунках одинаковые графы или разные?

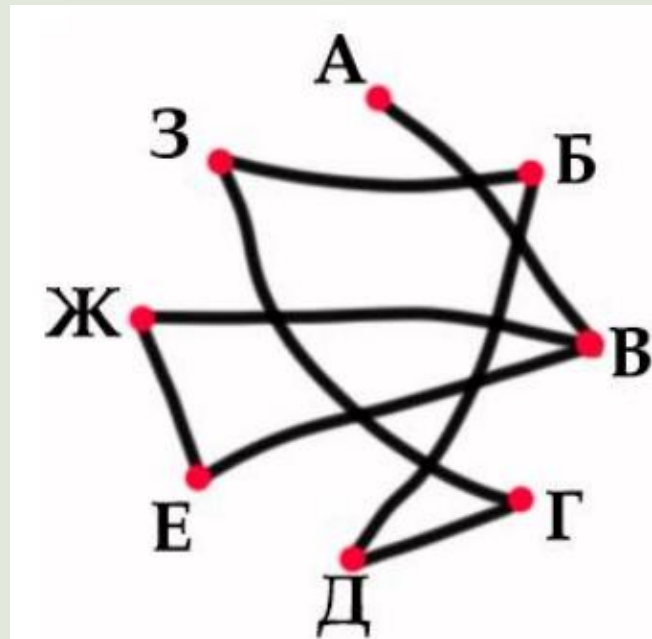


Рис. 1

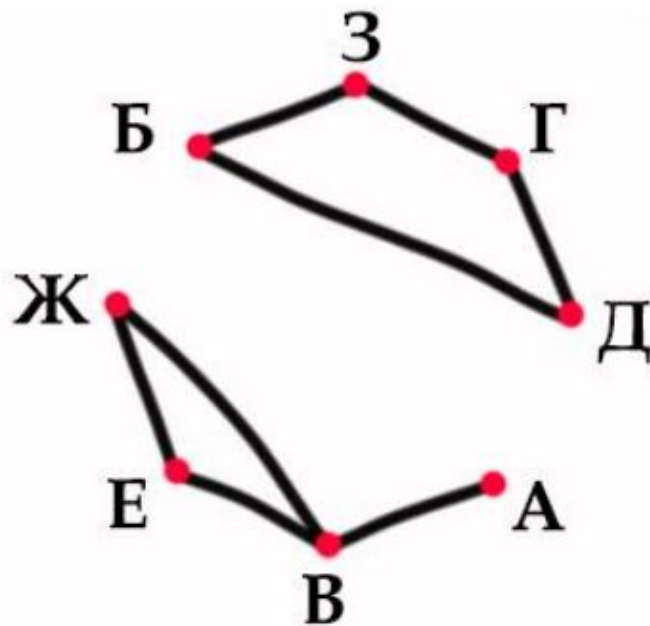


Рис. 2

На рисунках одинаковые графы или разные?

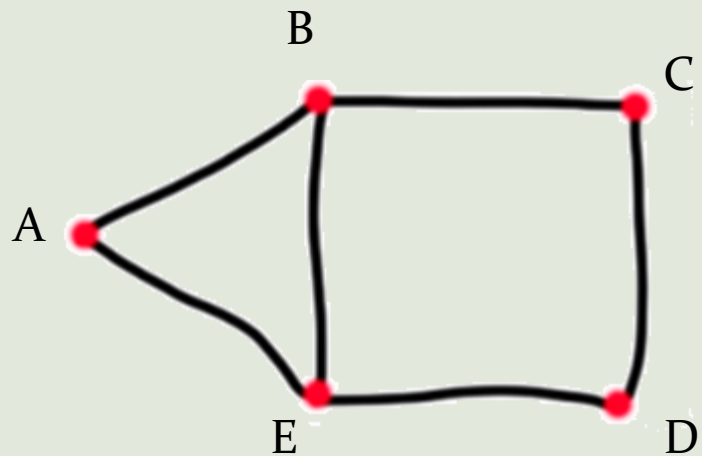


Рис. 1

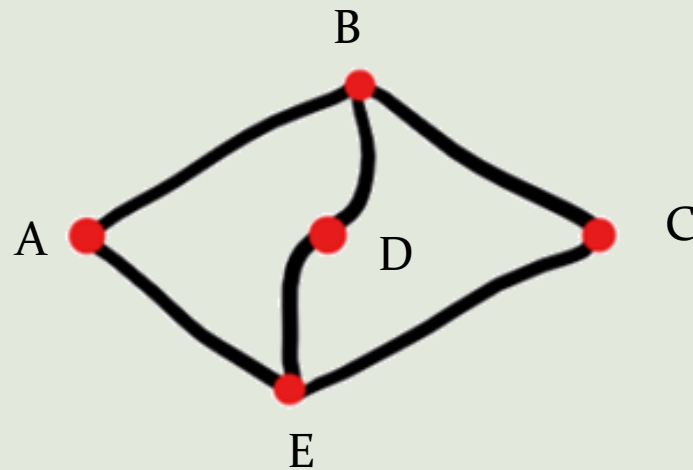
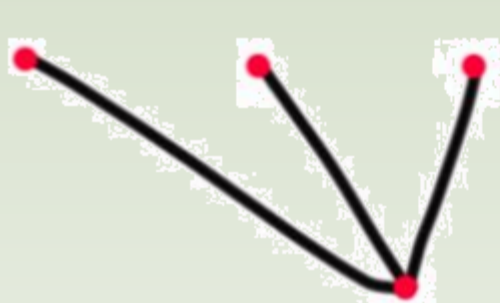
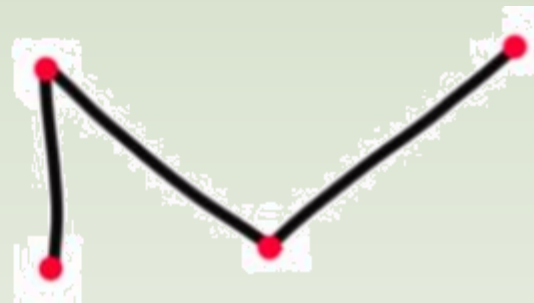


Рис. 2

Саша и Паша нарисовали графы, в которых по 4 вершины и 3 ребра. Обязательно ли они нарисовали одинаковые графы? Приведите примеры



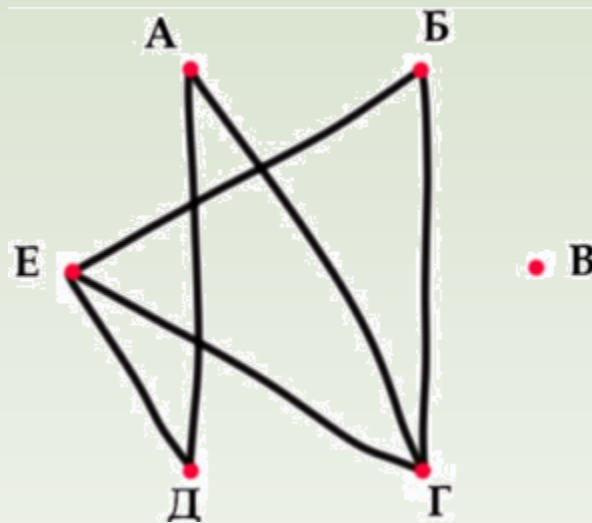
Сашин граф



Пашин граф

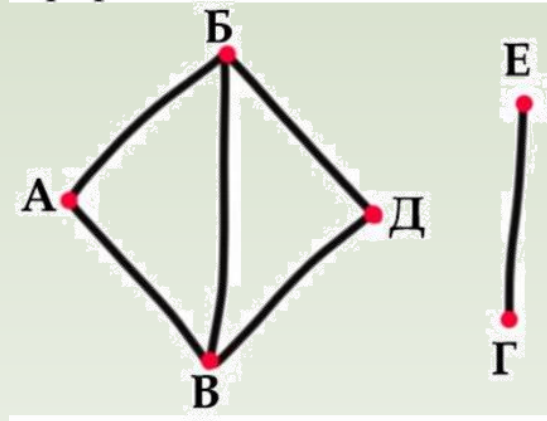
Степень (валентность) вершины в графе
– это количество исходящих из неё рёбер

Чему равна сумма степеней всех
вершин графа?
Сколько ребер в графе?



Степень (валентность) вершины в графе
– это количество исходящих из неё рёбер

Чему равна сумма степеней всех
вершин графа?
Сколько ребер в графе?



Степень (валентность) вершины в графе
– это количество исходящих из неё рёбер

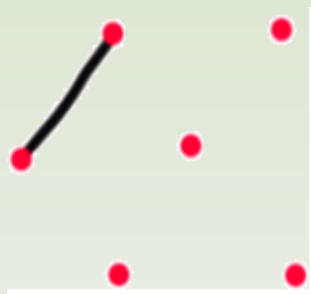
Нарисуйте произвольный граф.

- Найдите степени вершин
- Найдите сумму степеней вершин
- Найдите число ребер

Что заметили?

Степень (валентность) вершины в графе
– это количество исходящих из неё рёбер

Какой может быть сумма степеней всех вершин графа, если в нём всего одно ребро? два ребра?



Степень (валентность) вершины в графе
– это количество исходящих из неё рёбер

-Можно ли нарисовать граф, в котором суммарная степень вершин равна 1? 3?

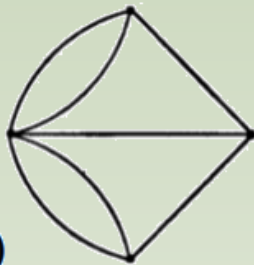
-Сколько рёбер в графе, суммарная степень вершин которого равна 2? 4? 6?

Теорема 1. В любом графе сумма степеней вершин в 2 раза больше числа рёбер, т.е. является четным числом

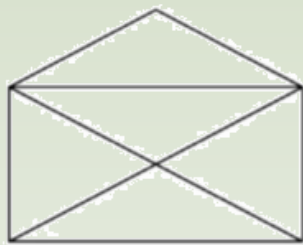
Контрольный вопрос:

- Может ли суммарная степень вершин графа быть равной 11?
- В графе 5 вершин со степенями 0, 2, 2, 3, 3. Сколько в нём рёбер?

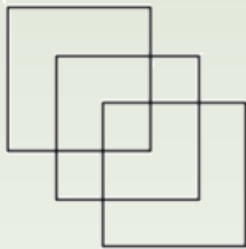
Не отрывая карандаша от бумаги и не проводя одну линию дважды, попробуйте нарисовать такую фигуру



а) (граф кенигсбергских мостов);

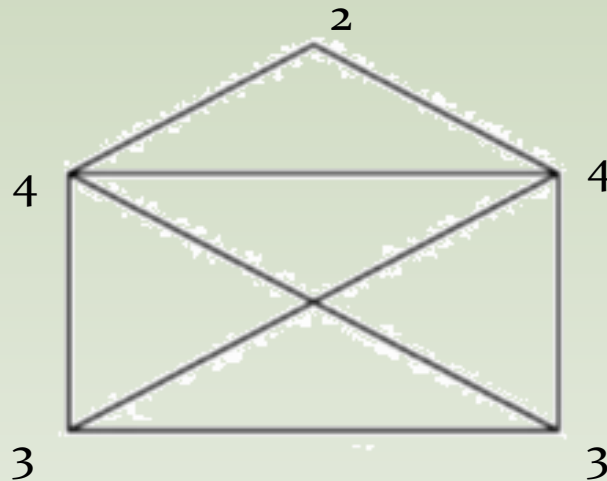
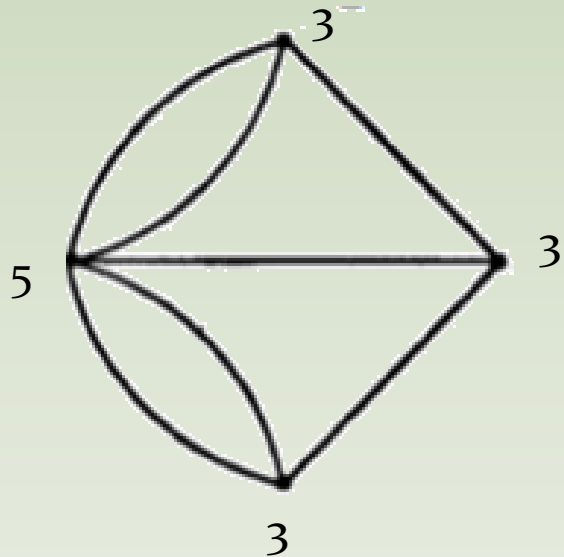


б) (открытый конверт);



в) (фигура, которую придумал Льюис Кэрролл).

Не отрывая карандаша от бумаги и не проводя одну линию дважды, попробуйте нарисовать такую фигуру



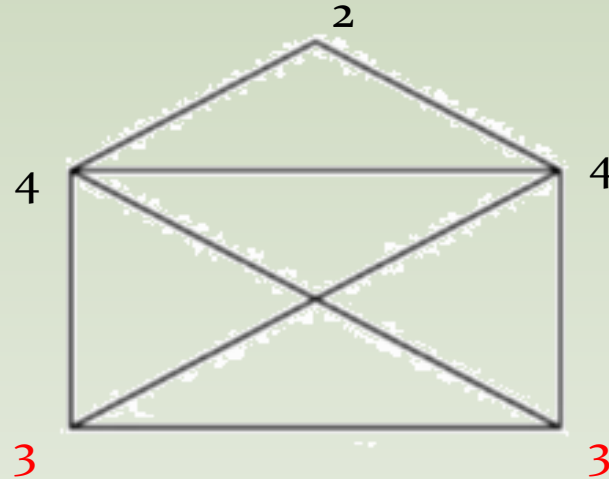
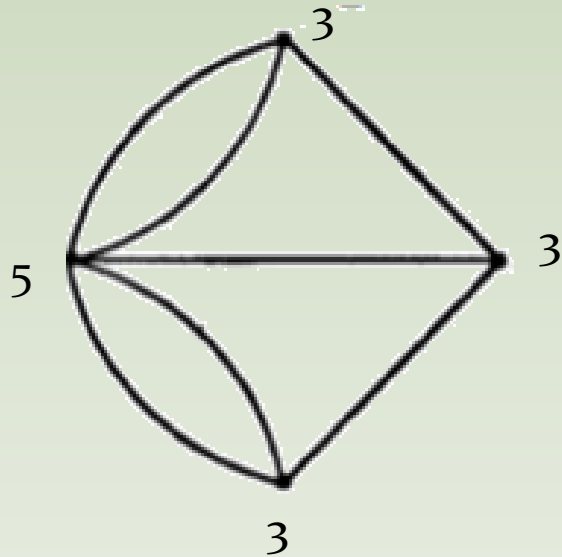
Теорема 2. В любом графе чётное число вершин нечётной степени

Теорема 2. В любом графе чётное число вершин нечётной степени

Контрольный вопрос:

Существует ли граф на пяти вершинах, степени которых равны 1, 2, 3, 4, 5?

Не отрывая карандаша от бумаги и не проводя одну линию дважды, попробуйте нарисовать такую фигуру



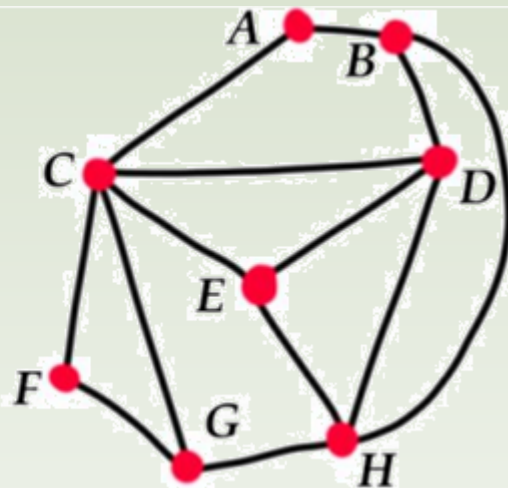
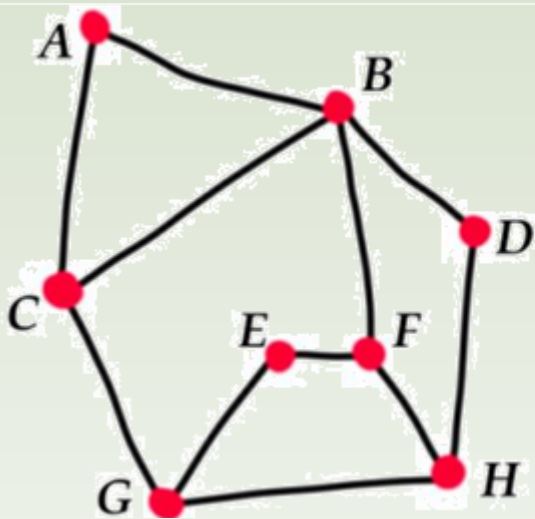
Теорема 3. Если в графе существует путь, проходящий через все рёбра ровно по одному разу, то в этом графе не больше двух вершин нечётной степени

Выявленные свойства

- Число нечётных вершин графа должно быть чётно. Не может существовать граф, который имел бы нечётное число нечётных вершин
- Если все вершины графа чётные, то можно, не отрывая карандаша, начертить граф, при этом можно начинать с любой вершины графа и завершить его в той же вершине
- Граф с более чем двумя нечетными вершинами невозможно начертить одним росчерком
- Число нечётных вершин графа всегда чётно
- Если в графе имеются нечётные вершины, то наименьшее число росчерков, которыми можно нарисовать граф, равно половине числа нечётных вершин этого графа. Граф, имеющий две и только две нечётные вершины, можно начертить одним росчерком, если начать движение с одной нечётной вершины и закончить его другой

Задача 1. На рисунке изображен граф.

- 1) Найдите степень каждой его вершины.
- 2) Перечислите вершины, степень которых нечетна.
- 3) Найдите сумму степеней вершин этого графа.



Задача 2. Шесть восьмиклассников устроили турнир по настольному теннису; каждый должен сыграть с каждым по одному разу. Турнир еще не закончился: Мила сыграла 5 партий, Толя — 4 партии, Надя и Даня — по 3 партии, Артем — 2, а Сеня — 1. С кем играл Артем?

Домашнее задание

Задача 1. Нарисуйте какой-нибудь граф, у которого 5 вершин, степени которых равны:

а) 0, 1, 2, 2, 3;

б) 1, 1, 2, 3, 3

Домашнее задание

Задача 2. Архипелаг Натуральный состоит из 10 островов, пронумерованных натуральными числами от 1 до 10. Между двумя островами есть паромная связь, только если сумма их номеров делится на 4. Можно ли с острова 2 перебраться на остров 8?